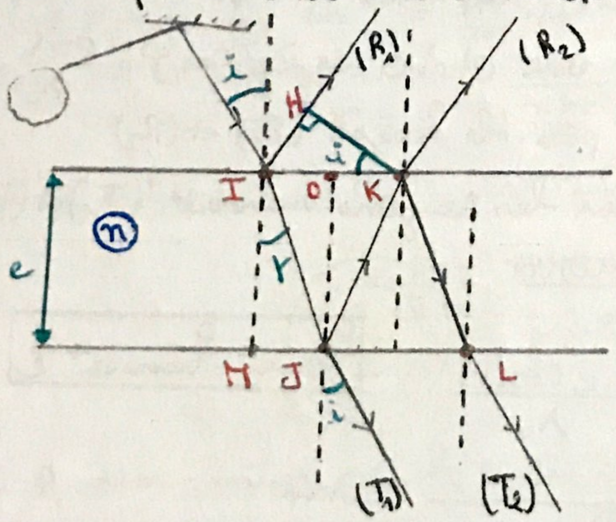
Ch3 Les interferences par division d'amplitude

A] Introduction :

Il s'agit d'un D.I éclairé par une source étendue. le faisceau incident ici de cette source sera diviser en un faisce d'amplitude inégale soit par reflexion ou par transmission.
Ces derniers vont interferer à distance finie ou infinie.
les franges observées seront localisées soit sur un écran, soit vues directement à l'oeil nu.

B] Application :

α) cas d'une lame à face // dont les faces sont semi - reflechissant éclairé par une source monochromatique



Determinons $\delta = |(SS'IJKR_2) - (SS'IR_1)|$

$$\delta = (SS') + (S'I) + (IJ) + (JK) + (KR_2) - (SS') - (S'I) - (IR_1)$$

$$\delta = \underbrace{nIJ + nJK}_{=} + \underbrace{KR_2 - IR_1}_{IH}$$

$$\delta = 2nIJ + IH$$

$IJ = ?$ Dans le triangle (IJM)

$$\cos(r) = \frac{IM}{IJ} = \frac{e}{IJ} \Rightarrow IJ = \frac{e}{\cos(r)}$$

IH ? Dans le triangle (IKH)

$$\sin(i) = \frac{IH}{IK} \Rightarrow IH = IK \cdot \sin(i) = 2e\tan(r) \cdot \sin(i)$$

$$IK = 2IO \text{ or } \tan(r) = \frac{IO}{e} \Rightarrow IO = e\cdot\tan(r)$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2n\cdot e}{\cos(r)} - 2e\tan(r)\cdot\sin(i)$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2e}{\cos(r)}\left[n - \sin(r)\cdot\sin(i)\right] \qquad \sin(i) = n\sin(r)$$

$$\delta = \frac{2n\cdot e}{\cos(r)}\left[1 - \sin^2(r)\right] = 2n\cdot e\cdot\cos(r)$$

δ n'est pas exacte car il faut ajouter un terme supplémentaire de $\frac{\lambda_0}{2}$ due à la reflexion vitreuse sur le trajet de (R_1) (reflexion qui introduit un déphasage de π donc une d.d.o de $\frac{\lambda_0}{2}$ car $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} = \pi$)

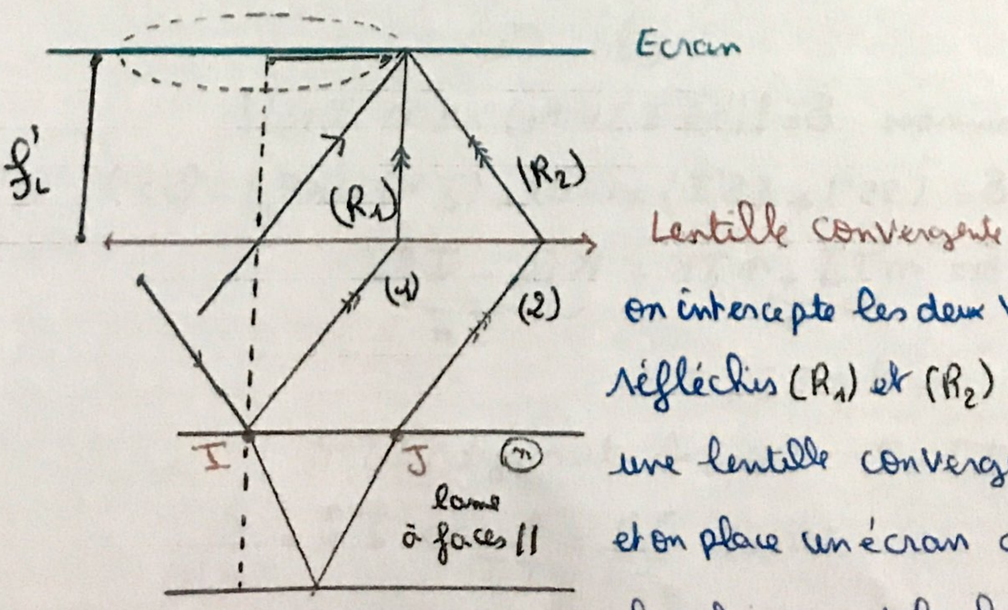
$\delta = 2ne\cos(r) + \frac{\lambda_0}{2}$ pour le rayon (R_1) et (R_2)

$\delta = 2ne\cos(r)$ pour les rayons transmit (T_1) et (T_2)

$$p_{reflexion} = \frac{\delta_{ref}}{\lambda_0} = \frac{2n\cdot e\cos(r)}{\lambda_0} + \frac{1}{2}$$

$$p_{transmission} = \frac{\delta_{tran}}{\lambda_0} = \frac{2n\cdot e\cos(r)}{\lambda_0}$$

$$\boxed{p_{reflexion} = p_{transmission} + \frac{1}{2}}$$



on intercepte les deux rayons réfléchis (R_1) et (R_2) avec une lentille convergente et on place un écran au plan focal image de la lentille

Determinons le rayon qq → correspondant à i ?

on suppose que i et r petits

$$p = \frac{2n.e\cos(r)}{\lambda_0} + \frac{1}{2}$$

$$\cos(r) = 1 - \frac{r^2}{2} \Rightarrow p = \frac{2ne}{\lambda_0} - \frac{ner^2}{\lambda_0} + \frac{1}{2}$$

la nature du centre p_0 correspond à $i=0$ ou $r=0$

p_0 : peut être Brillant ou sombre suivant si p_0 entier ou demi-entier. $p_0 - p = \frac{ner^2}{\lambda_0}$ or $\sin(i) = n\sin(r)$

et comme i et r sont petit alors $i = nr$

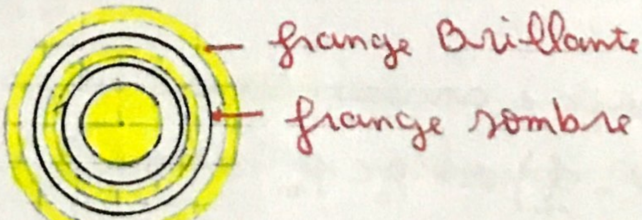
$$\Rightarrow p_0 - p = \frac{e}{n\lambda_0}\,^{2} \Rightarrow i = \sqrt{\frac{n\lambda_0}{e}} \cdot \sqrt{p_0 - p}$$

or le rayon d'un anneau qq r est tq

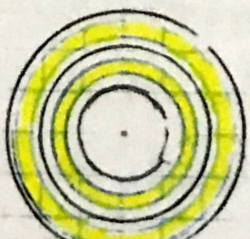
$$\tan(i) = i = \frac{r}{f_i'} \Rightarrow r = f_i' \cdot i$$

$$\Rightarrow r = f_L' \cdot \sqrt{\frac{n\lambda_0}{e}} \cdot \sqrt{p_0 - p}$$

→ Si p_0 entier ⟺ le centre est Brillant



→ Si p_0 demi-entier ⟺ le centre est sombre



Determinons le rayon du n-ième anneau Brillant et sombre dans les deux cas suivants

→ Si P_0 entier $\Leftrightarrow$ le centre est Brillant.

le rayon du 1er anneau Brillant d'ordre P_1 est tel que

$$P_1 = P_0 - 1$$

le rayon du 2ème anneau Brillant d'ordre P_2 est tel que

$$P_2 = P_0 - 2$$

⋮

le rayon du m-ième anneau Brillant d'ordre P_m est tel que:

$$P_m = P_0 - m \Leftrightarrow P_0 - P_m = m$$

le rayon du m-ième anneau Brillant est

$$r_m = f_L' \sqrt{\frac{\lambda_0 n}{e}} \cdot \sqrt{m} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

le rayon du 1er anneau sombre est

$$P_1' = P_0 - \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

le rayon du 2ème anneau sombre est

$$P_2' = P_0 - \left(2 - \frac{1}{2}\right)$$

⋮

le rayon du m-iè e anneau sombre est

$$P_m' = P_0 - \left(m - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow P_0 - P_m' = (m - 1/2)$$

le rayon du m-ième anneau sombre est

$$r_m' = f_L' \sqrt{\frac{\lambda_0 n}{e}} \sqrt{m - 1/2} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

→ Si P_0 = demi-entier $\Leftrightarrow$ le centre est sombre

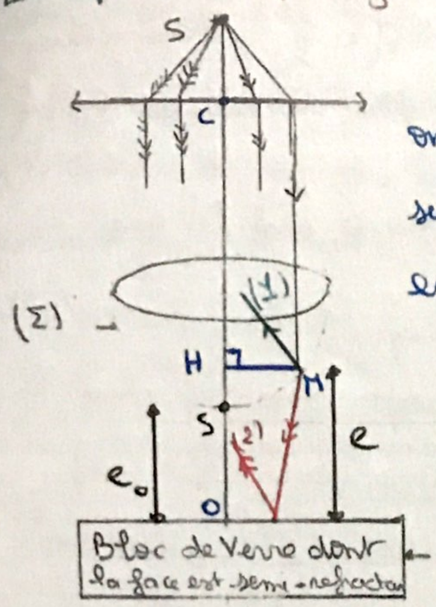
le rayon du mième anneau Brillant est tel que

$$r_m = f_L' \sqrt{\frac{\lambda_0 n}{e}} \sqrt{m - 1/2} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

le rayon du m-ième anneau sombre est tel que

$$r_m' = f_L' \sqrt{\frac{\lambda_0 n}{e}} \cdot \sqrt{m} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Exemple : Dispositif de Newton.



on s'interesse aux interferences par 2 reflexion sur les deux face à la lame d'air comprise entre (Σ) et (Σ')

$$\delta = 2e\cos(r) + \frac{\lambda_0}{2}$$

$\frac{\lambda_0}{2}$: est dûe à la reflexion du rayon (2) sur la surface (Σ') qui introduit un déphassage de π

or $i = 0 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow \cos(r) = 1$

$$\delta = 2e + \frac{\lambda_0}{2}$$

une frange est tel que δ est $c^{te} \Rightarrow e = c^{te}$

on appelle frange d'égal épaisseur, c'est un anneau qui se dessine à l'interieure de la calotte sphérique.

Il sera vu directement à l'oeil nu ou à l'aide d'une loupe

donc le nombre des franges sont des anneaux qu'on appelle Les anneaux de Newton.

Determination le rayon d'un anneau.

pour cela il faut determiner la nature du centre P_0

$$p = \frac{2e}{\lambda_0} + \frac{1}{2}$$

Dans le triangle (CMH) : $R^2 = CM^2 = HM^2 + CH^2$

$$CH = CS - SH = R - (e - e_0)$$

$$\Rightarrow R^2 = r_M^2 + R^2 - 2R(e-e_0) + (e-e_0)^2$$

on suppose $R \gg e \Rightarrow R \gg (e - e_0)$

$$r_M^2 = 2(e-e_0)\left[R - (e-e_0)\right]$$

$$r_M^2 = 2R(e-e_0) \Rightarrow e = e_0 + \frac{r_M^2}{2R}$$

d'ou $P = \frac{2e_0}{\lambda_0} + \frac{r_M^2}{R\lambda_0} + \frac{1}{2}$ et $P_0 \Rightarrow r_M = 0$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{2e_0}{\lambda_0} + \frac{1}{2}$$

quand le centre est parfait $e_0 = SO = 0 \Rightarrow P_0 = \frac{1}{2}$; demi-entier donc le centre est sombre

Supposon le centre sombre

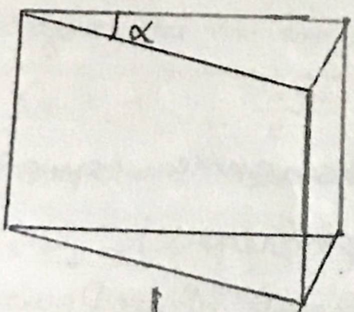
le rayon du m-ième anneau sombre d'ordre P_m est tel que :

$$P_m = m + \frac{1}{2} = \frac{2e_0}{\lambda_0} + \frac{r_m^2}{R\lambda_0} + \frac{1}{2}$$

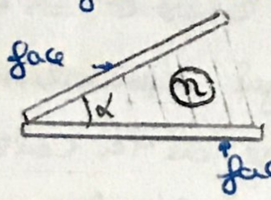
$$r_m^2 = Rm\lambda_0 - 2e_0R$$

$$r_m = \sqrt{R(m\lambda_0 - 2e_0)} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

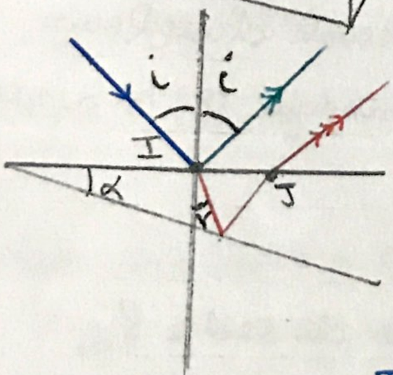
Exemple 2 : Lamme prismatique.



deux faces plans formant entre elle un angle α très petit



on s'interesse aux au interferences par reflexion sur les 2 faces de la Lamme prismatique

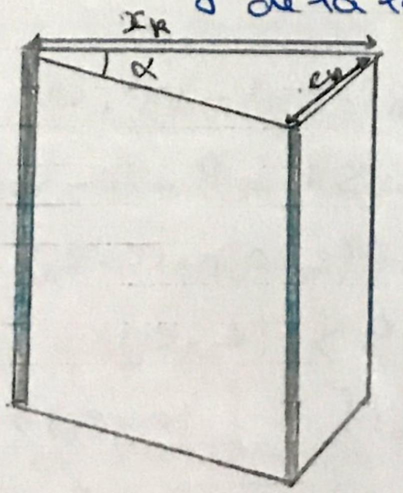


$$\delta = 2ne + \frac{\lambda_0}{2}$$

$\frac{\lambda_0}{2}$ est due à la reflexion vitreuse en I

comme α petit ⟹ I et J sont très proche

on peut consider l'epaisseur e en I et J de la lame



les franges observées à l'oeil nu seront des segments de droits rectiligne ∥ à l'arrête une frange est tel que $\delta = c^{te} \Leftrightarrow e = c^{te}$ qu'on appelle frange d'égal d'épaisseur, chaque épaisseur e_k de la lame situé à la distance x_k de l'arête correspondra à une droite rectiligne // à la lame, f

l'abscisse d'une frange sombre d'ordre P_k

le centre $P = P_0$ quand $x = 0$ (proche de l'arête)

$$P = \frac{2en}{\lambda_0} + \frac{1}{2} = P_0 = \frac{1}{2}$$, le centre est donc sombre

l'abscisse du k-ième anneau sombre est tel que :

$$P_k = \frac{2e_k n}{\lambda_0} + \frac{1}{2} = k + \frac{1}{2} \quad \text{or } \tan(\alpha) = \alpha = \frac{e_k}{x_k} \Rightarrow e_k = \alpha x_k$$

$$P_k = \frac{2n\alpha x_k}{\lambda_0} + \frac{1}{2} = k + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x_k = \frac{k\lambda_0}{2\alpha n}$$

L'interfrange vaut $i = \frac{\lambda_0}{2\alpha n}$ $(i = x_{k+1} - x_k)$

ou par autre méthode

$$P_k = \frac{2n\alpha x_k}{\lambda_0} + \frac{1}{2} \quad , \quad \Delta P_x = 1 \Leftarrow \Delta x_k = 1$$

$$1 = 2n\alpha \frac{i}{\lambda_0} \Rightarrow i = \frac{\lambda_0}{2\alpha n}$$

pour la lame coin d'air qui est importante en pratique l'étude des interférences par réflexion sur les deux faces est similaire à celle de la lame prismatique on a $i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$ avec $n=1$

on l'utilise en pratique pour vérifier la planité des surfaces des matériaux.